|  |  |
| --- | --- |
| 结论十五：抛物线中的三类直线与圆相切问题 | |
| 结  论 | **AB是过抛物线y2=2px(p>0)焦点F的弦(焦点弦),过A,B分别作准线l:x=-的垂线,垂足分别为A1,B1,E为A1B1的中点.**  **(1)如图①所示,以AB为直径的圆与准线l相切于点E.**  **(2)如图②所示,以A1B1为直径的圆与弦AB相切于点F,且EF2=A1A·BB1.**  **(3)如图③所示,以AF为直径的圆与y轴相切.**  说明: id:2147492291;FounderCES |
| 解  读 | 圆锥曲线中的定值问题一直是近几年来高考试题中的热点问题。解决这类问题时，要善于在动点的“变”中寻求定值或定点的“不变”性，常用特殊值法先确定定点，再转化为有目标的一般性证明，从而达到解决问题的方法。 |
| 典  例 | 在平面直角坐标系中，已知点，直线，动直线垂直于于点，线段 的垂直平分线交于点，设的轨迹为.  （1）求曲线的方程；  （2）以曲线上的点为切点作曲线的切线，设 分别与轴交于两点，且恰与以定点为圆心的圆相切. 当圆的面积最小时，求与面积的比. |
| 解  析 | （1）由题意得，  ∴ 点到直线的距离等于它到定点的距离  ∴ 点的轨迹是以为准线、为焦点的抛物线  ∴ 点的轨迹的方程为．   1. 由题意知切线的斜率必然存在，设为，则，由 得   即由得  ∴  令则 ∴  令则，∴  点到切线的距离（当且仅当时取等号）  ∴ 当点的坐标为时，满足题意的圆的面积最小，  此时    ∴  即与的面积比为． |
| 反  思 | 本题考查了抛物线的标准方程，抛物线的几何性质，以及直线和圆，直线和抛物线的位置关系的相关问题，当题设涉及直线，圆，圆锥曲线时，一般是直线与圆锥曲线相交于两点，需联立方程，得到根与系数的关系，而直线与圆经常利用圆的几何性质，得到一些常量，这些不变的量和圆锥曲线建立联系，从而进一步求解. |
| 针对训练\*举一反三 | |
| 1．已知抛物线的准线为*l*，记*l*与*y*轴交于点*M*，过点*M*作直线与*C*相切，切点为*N*，则以*MN*为直径的圆的方程为（ ）  A．或 B．或  C．或 D．或  【答案】C  【解析】，设切线，联立，故，，解得，故，则或  故以*MN*为直径的圆的方程为或，故选：*C*.  2．已知抛物线*C*：*x*2＝8*y*，过点*M*（*x*0，*y*0）作直线*MA*、*MB*与抛物线*C*分别切于点*A*、*B*，且以*AB*为直径的圆过点*M*，则*y*0的值为（ ）  A．﹣1 B．﹣2 C．﹣4 D．不能确定  【答案】B  【解析】设，，  由，可得，所以，，  因为过点 作直线与抛物线分别切于点，且以为直径的圆过点，  所以，可得，  直线的方程为： ①，  同理直线的方程为：，②，  ①②，可得，即.故选：B．  3．已知抛物线*C*：*x*2=8*y*，过点*M*（*x*0，*y*0）作直线*MA*、*MB*与抛物线*C*分别切于点*A*、*B*，且以*AB*为直径的圆过点*M*，则*y*0的值为\_\_\_\_\_.  【答案】-2  【解析】设切点 抛物线：  因此：直线MA：  ，直线MB：  联立两直线方程得到：即为M点  故：  又以*AB*为直径的圆过点*M*，故即  故，故答案为：－２  4．已知抛物线的焦点为，直线与抛物线相切于点，是上一点（不与重合），若以线段为直径的圆恰好经过，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．  【答案】  【解析】根据抛物线的对称性设，则，所以直线的方程为，由，取，，所以直线的方程是，联立，解得点的横坐标，所以点在抛物线的准线上运动，当点的坐标是时，最小，最小值是2.  5．在平面直角坐标系中，已知两点，若点的坐标满足，且点的轨迹与抛物线交于两点.  ()求证:  ()在轴上是否存在一点,使得过点任作一条抛物线的弦,并以该弦为直径的圆过原点.若存在,求出的值及圆心的轨迹方程；若不存在，请说明理由.  【答案】⑴详见解析；⑵.  【解析】（1）由，可知点的轨迹是，两点所在的直线，所以点的轨迹方程为，即 ，  由 化简得，  设的轨迹与抛物线的交点坐标为，，  所以，，  ，  因为  所以，  （2）假设存在这样的点，并设是过抛物线的弦，其方程为，  代入得，  此时，，计算两直线的斜率之积，  所以，  所以（定值），故存在这样的点满足题意，  设的中点为 ，  则， ，  消去得． | |